Desarrollo Económico
Clase 04

Tecnología, Residuos de Solow y Filtro HP.

Profesor: E. Espino. Ayudante: F. Espinosa.

Universidad Torcuato Di Tella

Marzo 2010

Necesidad de Tecnología Labor-Augmenting

- Pizarrón

Teoría

- El objetivo de la contabilidad del crecimiento es dividir la tasa de crecimiento del producto agregado en contribuciones del crecimiento de los inputs, usualmente capital y trabajo, y el crecimiento de la tecnología.
- Función de producción neoclásica. Por simplicidad: progreso tecnológico *Hick-neutral*.

$$Y_t = A_t F\left(K_t, L_t\right) \tag{1}$$

- Tomamos logarimo natural y derivamos

$$\gamma_Y = \gamma_A + \left(\frac{A_t F_K K_t}{Y_t}\right)\gamma_K + \frac{A_t F_L L_t}{Y_t}\gamma_L$$

donde F_x denota la derivada parcial de F con respecto a la variable x.

Teoría

- Si los factores son remunerados según su productividad marginal, $\frac{A_t F_K K_t}{Y_t}$ y $\frac{A_t F_L L_t}{Y_t}$ son las participaciones de los factores en el ingreso total en el momento t.
- Rendimientos constantes a escala:

$$\frac{A_t F_K K_t}{Y_t} + \frac{A_t F_L L_t}{Y_t} = 1 \tag{2}$$

- α_t : participación del capital

$$\gamma_A = \gamma_Y - \alpha_t \gamma_K - (1 - \alpha_t)\, \gamma_L$$

y podemos medir la tasa de crecimiento de la Productividad Total de los Factores (TFP) como residuo.

Tiempo discreto

- Tenemos que hacer ciertas modificaciones.
- $\frac{x_{t+1}-x_t}{x_t} \cong \ln x_{t+1} - \ln x_t$.
- Otra cuestión: ¿Tomamos α_t, α_{t+1} o alguna otra cosa?

$$\ln \frac{A_{t+1}}{A_t} = \ln \frac{Y_{t+1}}{Y_t} - \widetilde{\alpha}_t \ln \frac{K_{t+1}}{K_t} - \left(1 - \widetilde{\alpha}_t\right) \ln \frac{L_{t+1}}{L_t} \tag{3}$$

donde $\widetilde{\alpha}_t \equiv \left(\alpha_t + \alpha_{t+1}\right)/2$.

Participaciones y tasas de crecimiento de los inputs

- **Capital.** "Método de inventario perpetuo" (*perpetual-inventory method*):

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta) K_t \tag{4}$$

- Con I_t y δ sólo necesitamos K_0.
- **Trabajo.** es la suma de las horas trabajadas en un período dado (sin esfuerzo ni calidad)
- Tener en cuenta cambios en la tasa de desempleo, en la cantidad de horas-hombre, etc.

Participaciones y tasas de crecimiento de los inputs

- **Calidad de los factores.** Usualmente se encuentran grandes residuos.
- Rol sustancial se le ha atribuido al progreso tecnológico.
- Jorgenson y Griliches (1967) : fracción sustancial del residuo de Solow podría ser explicada por cambios en la calidad de los factores.
- Para unas cantidades de capital y de horas trabajadas dadas, mejoras en la calidad del trabajo eleva el producto.
- Si no consideramos calidad, posible sobreestimación sobre la TFP.

Participaciones y tasas de crecimiento de los inputs

- Para Calidad: las horas se desagregan en categorias basadas en educación, experiencia, género, etc.
- Categoría ponderada de acuerdo con el salario observado promedio (*proxy* de la productividad marginal del trabajo).
- Así, un trabajador adicional de mayor educación aporta más a la expansión del producto que uno poco educado.
- Factor trabajo: suma ponderada sobre todas las categorías.
- Los ponderadores son los salarios relativos.

Participaciones y tasas de crecimiento de los inputs

- La medida del capital agregado es la suma ponderada sobre todo los tipos de capital.
- Los pesos son las tasas reativas de renta.
- Para computar las tasas de renta, supuesto: bajo previsión perfecta, la tasa de renta del capital es dada por la condición de arbitraje que sigue:

$$R_{i,t} + (1 - \delta_i) \cdot P_{i,t+1} = (1 + r_t) \cdot P_{i,t} \tag{5}$$

donde $R_{i,t}$ es tasa de alquiler, $P_{i,t}$ es precio, δ_i es tasa de depreciación y r_t es la tasa de interés real de la economía.

Growth accounting for a sample of 19 countries

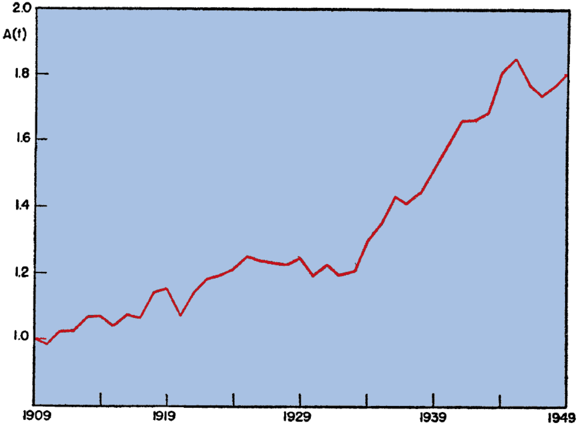
	(1) Growth rate of GDP	(2) Contribution from capital	(3) Contribution from labor	(4) TFP growth rate
PANEL A: OECD Countries, 1947–1973				
Canada ($\alpha = 0.44$)	0.0517	0.0254 (49.2%)	0.0088 (17.0%)	0.0175 (33.9%)
France[a] ($\alpha = 0.40$)	0.0542	0.0225 (41.5%)	0.0021 (3.9%)	0.0296 (54.5%)
Germany[a] ($\alpha = 0.39$)	0.0661	0.0269 (40.6%)	0.0018 (2.8%)	0.0374 (56.6%)
Italy[b] ($\alpha = 0.39$)	0.0527	0.0180 (34.0%)	0.0011 (2.0%)	0.0337 (63.5%)
Japan[b] ($\alpha = 0.39$)	0.0951	0.0328 (34.5%)	0.0221 (23.3%)	0.0402 (42.3%)
Netherlands[c] ($\alpha = 0.45$)	0.0536	0.0247 (46.0%)	0.0042 (7.8%)	0.0248 (46.2%)
U.K.[d] ($\alpha = 0.38$)	0.0373	0.0176 (47.2%)	0.0003 (0.9%)	0.0193 (51.9%)
U.S. ($\alpha = 0.40$)	0.0402	0.0171 (42.7%)	0.0095 (23.7%)	0.0135 (33.6%)
PANEL B: G-7 Countries, 1960–1990				
Canada ($\alpha = 0.45$)	0.0410	0.0229 (55.9%)	0.0135 (32.8%)	0.0046 (11.3%)
France ($\alpha = 0.42$)	0.0350	0.0203 (58.1%)	0.0002 (0.5%)	0.0145 (41.4%)
Germany ($\alpha = 0.40$)	0.0320	0.0188 (58.7%)	−0.0025 (−8.1%)	0.0158 (49.4%)
Italy ($\alpha = 0.38$)	0.0410	0.0202 (49.3%)	0.0011 (2.8%)	0.0197 (47.9%)
Japan ($\alpha = 0.42$)	0.0681	0.0387 (56.9%)	0.0097 (14.3%)	0.0196 (28.8%)
U.K. ($\alpha = 0.39$)	0.0249	0.0131 (52.3%)	−0.0010 (−4.2%)	0.0130 (51.9%)
U.S. ($\alpha = 0.41$)	0.0310	0.0140 (45.2%)	0.0129 (41.5%)	0.0041 (13.2%)

(continued)

	(1) Growth rate of GDP	(2) Contribution from capital	(3) Contribution from labor	(4) TFP growth rate
PANEL C: Latin American Countries, 1940–1980				
Argentina	0.0360	0.0155	0.0095	0.0110
(α = 0.54)		(43.1%)	(26.4%)	(30.5%)
Brazil	0.0640	0.0325	0.0130	0.0185
(α = 0.45)		(50.8%)	(20.3%)	(28.9%)
Chile	0.0380	0.0130	0.0100	0.0150
(α = 0.52)		(34.2%)	(26.3%)	(39.5%)
Colombia	0.0480	0.0205	0.0155	0.0120
(α = 0.63)		(42.7%)	(32.3%)	(25.0%)
Mexico	0.0630	0.0255	0.0145	0.0230
(α = 0.69)		(40.5%)	(23.0%)	(36.5%)
Peru	0.0420	0.0285	0.0135	0.0000
(α = 0.66)		(67.9%)	(32.1%)	(0.0%)
Venezuela	0.0520	0.0295	0.0175	0.0050
(α = 0.55)		(56.7%)	(33.7%)	(9.6%)
PANEL D: East Asian Countries, 1966–1990				
Hong Kong	0.0730	0.0309	0.0200	0.0220
(α = 0.37)		(42.3%)	(27.6%)	(30.1%)
Singapore	0.0850	0.0620	0.0268	−0.0040
(α = 0.53)		(73.1%)	(31.6%)	(−4.7%)
South Korea	0.1032	0.0477	0.0435	0.0120
(α = 0.32)		(46.2%)	(42.2%)	(11.6%)
Taiwan	0.0910	0.0368	0.0362	0.0180
(α = 0.29)		(40.5%)	(39.8%)	(19.8%)

Resultados

Comportamiento de la *TFP* de Estados Unidos para el período 1909 – 1949 según el estudio pionero de Solow.



Teoría

- Se asume que una serie de tiempo dada, y_t, es la suma de un componente de crecimiento, g_t, y un componente cíclico, c_t :

$$y_t = g_t + c_t, \ \forall t = 1, \ldots, T \tag{6}$$

- Lo que nos interesa es obtener una serie "suave" del componente de crecimiento.
- La medida de esta "suavidad" es inversa a la suma de los cuadrados de las diferencias de segundo orden:

$$\sum_{t=2}^{T-1} \left[(g_{t+1} - g_t) - (g_t - g_{t-1}) \right]^2 \tag{7}$$

Teoría

- Se supone que, cuando T es lo suficientemente grande, los desvíos c_t suman cero. De esta manera el problema de interés es el siguiente:

$$\min_{\{g_t\}_{t=1}^{T}} \sum_{t=1}^{T} c_t^2$$
$$s.a. \quad : \quad \sum_{t=2}^{T-1} \left[(g_{t+1} - g_t) - (g_t - g_{t-1}) \right]^2 \leq \mu \qquad (8)$$

donde μ se elige de acuerdo a la suavidad que se pretende. Cuanto más chico sea μ, más suave es el sendero de tendencia.

- Reescribimos el problema:

$$\min_{\{g_t\}_{t=1}^{T}} \left\{ \sum_{t=1}^{T} (y_t - g_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} \left[(g_{t+1} - g_t) - (g_t - g_{t-1}) \right]^2 \right\}$$

Teoría

- El parámetro λ es un número positivo (y por lo general entero) que **penaliza** la variabilidad de las series del componente de crecimiento.
- Los valores originales de Hodrick y Prescott para λ son:

$$\lambda = \begin{cases} 100 & \text{para datos anuales} \\ 1.600 & \text{para datos trimestrales} \\ 14.400 & \text{para datos mensuales} \end{cases} \tag{10}$$

Teoría

- Estos valores surgen de elegir λ según la siguiente regla (Ravn & Uhlig (2002)):

$$\lambda = \left(\frac{F}{4}\right)^{P} \cdot 1600$$

donde F es la cantidad de datos por año y P una pontencia que en el caso estándar toma un valor igual a 2[1]:

$$\lambda = \left(\frac{F}{4}\right)^{2} \cdot 1600 = \begin{cases} 100 & \text{para datos anuales: } F = 1 \\ 1.600 & \text{para datos trimestrales: } F = 4 \\ 14.400 & \text{para datos mensuales: } F = 12 \end{cases} \quad (11)$$

[1] Ravn y Uhlig recomiendan usar $P = 4$.

Teoría

- Por lo general, las series sobre las que se aplica el filtro son los logaritmos de las series originales. Esto podría surgir de lo siguiente:

$$\begin{aligned} Y_t &= G_t C_t && (12)\\ \ln Y_t &= \ln G_t + \ln C_t && (13)\\ y_t &= g_t + c_t && (14) \end{aligned}$$

- Por ejemplo:

$$Y_t = (1+\gamma)^t e^{\varepsilon_t} \quad (15)$$

con $\{\varepsilon_t\}_{t=1}^{T} \overset{iid}{\sim} N\left(0, \sigma_\varepsilon^2\right)$ y γ sería la tasa de crecimiento del producto en el caso no-estocástico (*i.e.*, su tendencia).

-

$$y_t = \ln(1+\gamma)\, t + \varepsilon_t$$

Gráfico (I)

$$\gamma = 0.02 \text{ y } \sim N(0, 0.1)$$

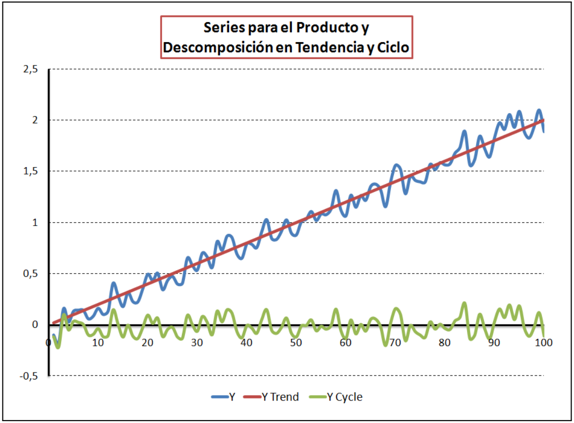


Gráfico (II)

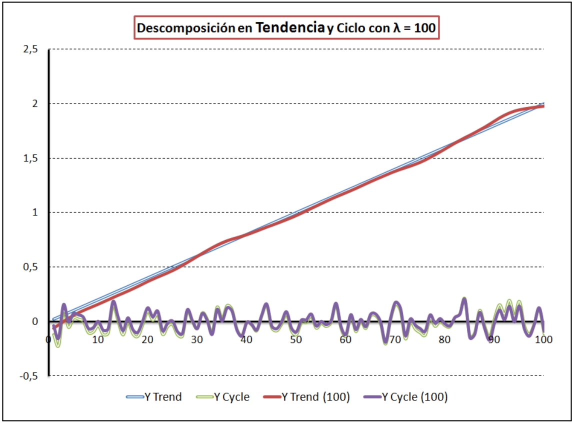

Descomposición en Tendencia y Ciclo con λ = 100
2,5
2
1,5
1
0,5
0
-0,5
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
Y Trend
Y Cycle
Y Trend (100)
Y Cycle (100)

Gráfico (III)

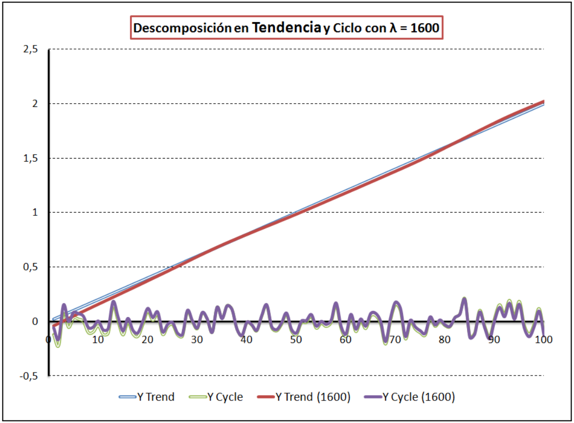
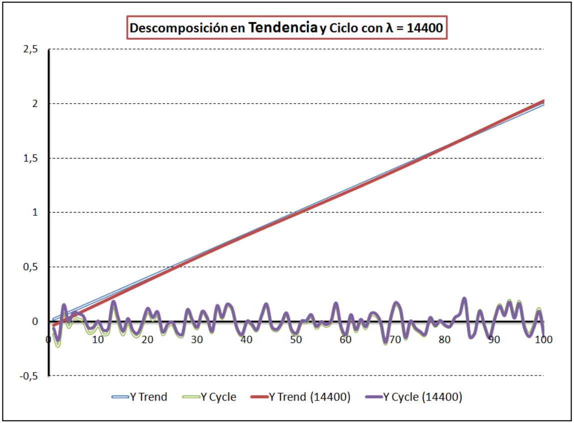

Descomposición en Tendencia y Ciclo con λ = 1600
2,5
2
1,5
1
0,5
0
-0,5
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
Y Trend
Y Cycle
Y Trend (1600)
Y Cycle (1600)

Gráfico (IV)


Descomposición en Tendencia y Ciclo con λ = 14400
2,5
2
1,5
1
0,5
0
-0,5
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
Y Trend
Y Cycle
Y Trend (14400)
Y Cycle (14400)

- Discutir: propiedades estadísticas del modelo vs. *plugging-in* Residuo de Solow.
- MATLAB